

# Una metodología para el análisis de la unidimensionalidad de una prueba

Jorge Luis Bazán

[jlbazan@icmc.usp.br](mailto:jlbazan@icmc.usp.br)

<https://jorgeluisbazan.weebly.com/>

Noviembre, 15, 2022

## Introducción

El propósito principal de las pruebas es estimar el desempeño de los evaluados en dichas pruebas. En el modelo de Rasch, así como en los modelos de Teoría de Respuesta al Ítem, suponemos que el desempeño en la prueba es una variable latente subyacente al conjunto de respuestas dados a las preguntas, que el estudiante responde correcta o incorrectamente. Un nombre genérico adoptado en estas situaciones es el de “habilidad” o “desempeño”. Así, con las pruebas consideradas suponemos que existe una habilidad o desempeño, los cuales serán estimados a través del modelo.

En el esquema moderno del concepto de validez se incluye la evidencia de unicidad (Bazán, 2011), es decir, la propiedad de una prueba de medir únicamente un constructo (unicidad de la prueba medible) o desempeño, esto es, establecer si el conjunto de preguntas dentro de una prueba mide una sola cosa -es decir evaluar la unidimensionalidad<sup>1</sup>.

No siempre es posible determinar que este supuesto se cumpla cabalmente, pero, como Kolen y Brennan (2004) señalan, “aunque en TRI la unidimensionalidad y la independencia local son supuestos que no ocurren estrictamente en la práctica, ellos deben ocurrir lo más cerradamente posible para que la TRI sea usada ventajosamente en muchas situaciones prácticas” (pág. 157, traducción propia).

El análisis de Componentes Principales usando residuos estandarizados del modelo de Rasch usando el programa Winstep (Linacre, 2022) es una interesante metodología para evaluar la unidimensionalidad de una prueba (ver Smith, Fallowfield, Stark, Velikova and Jenkins, 2010,

---

<sup>1</sup> Una interesante discusión acerca de la unidimensionalidad y de las maneras como evaluarla puede verse también en Burga (2005) y en Abedi (1997).

Bazán, J. (2022). Una metodología para el Análisis de Unidimensionalidad de una Prueba. *Nota Técnica. Disponible en* <https://jorgeluisbazan.weebly.com/uploads/1/2/5/6/125695412/metodosanalisisunidimensionalidadv1.pdf>

Smith, 2002) sin embargo está restringido a considerar este modelo para los datos lo que no siempre puede ser verificado, especialmente para datos con respuesta politómica o datos dicotómicos donde se considera un modelo TRI de dos parámetros y tres parámetros.

Otras maneras complementarias de evaluar la unidimensionalidad surgen a partir de la matriz de correlaciones de las preguntas. Una discusión acerca de eso puede ser encontrada en Clark (2020) y Revelle (2022a) y Revelle (2022b).

Cuando se usan pruebas o escalas con respuestas dicotómicas o con respuestas politómicas la tradicional matriz de correlaciones de Pearson no es más válida y se debe considerar la matriz de correlaciones tetracóricas para el caso dicotómico y policórica para el caso politómico como discutido en Revelle (2022a).

Considerando la matriz de correlaciones es posible usar diferentes aproximaciones para reducir la dimensionalidad considerando técnicas multivariadas. Por ejemplo, para el caso de respuestas dicotómicas puede ser considerado un análisis factorial a partir de la matriz de correlaciones tetracóricas (Knol y Berger, 1991), o un análisis de componentes principales a partir de dicha matriz. También recientemente el paquete psych del programa R (Revelle, 2022c) implementa un análisis factorial exploratorio IRT.

Dado que la unidimensionalidad en los modelos usando TRI es el supuesto más importante, en general, para tomar una decisión acerca de la violación de este supuesto es importante considerar no uno, sino varios criterios para rechazarla<sup>2</sup>.

En la siguiente sección se propone una metodología para evaluar la dimensionalidad de una prueba.

## Métodos

Un primer aspecto para determinado es considerar el número de factores que se pueden identificar a partir de la matriz de las respuestas de una prueba. Para este análisis se emplean tres métodos discutidos en Revelle (2022a,b):

- Método 1: Análisis IRT Factorial Mínimos cuadrados no ponderados o de mínimos residuales con rotación oblimin usando matriz de correlaciones tetracóricas (caso dicotómico), policórica (caso politómicas). Usando la función irt.fa del paquete psych
- Método 2: Análisis de componentes principales usando matriz de correlaciones tetracóricas. (caso dicotómico), policórica (caso politómicas). Usando la función principal del paquete psych

---

<sup>2</sup> Algunos autores consideran una prueba como unidimensional cuando al menos un criterio se satisface y como multidimensional cuando varios criterios no se satisfacen simultáneamente.

Bazán, J. (2022). Una metodología para el Análisis de Unidimensionalidad de una Prueba. *Nota Técnica. Disponible en* <https://jorgeluisbazan.weebly.com/uploads/1/2/5/6/125695412/metodosanalisisunidimensionalidadv1.pdf>

- Método 3: Análisis Factorial de Ejes Principales con rotación varimax usando matriz de correlaciones tetracóricas (caso dicotómico), policórica (caso politómicas). Usando la función `fa` del paquete `psych`

Como los métodos anteriores son exploratorios, debemos indicar el número de factores en cada uno de ellos que deseamos evaluar. Hay dos estrategias que se pueden considerar para eso, una primera es determinar el número de valores propios de la matriz de correlaciones que supera el valor 1. Esto es conocido como el procedimiento o regla de Kaiser. Otras reglas son discutidas en Zwick y Velicer (1986). También otros procedimientos son discutidos en Revelle (2022a, b). Una vez identificado el número de factores, se puede aplicar el método para ese número de factores y entonces reportar algunos índices de ajuste como indicado en Clark (2020).

- TLI: Tucker Lewis fit index, que generalmente debe ser  $> .9$
- RMSEA: Root mean square error of approximation, que debe ser cerca a 0
- RMSR: The (standardized) root mean square of the residuals que debe ser cerca a 0

Como el RMSEA es un índice común a todos los métodos discutidos anteriormente, adoptaremos el criterio de reportar el RMSEA de cada método para la solución de Keiser.

Para esa solución final, que puede indicar un factor o más de un factor, la existencia de más de un factor no significa que la prueba no sea unidimensional. Según Carmines y Zeller (1979), puede considerarse que una prueba será unidimensional, pese a presentar varios factores, si el primer factor explica por lo menos el 40% de la varianza. También Orlando et al (2000), indican que un conjunto de preguntas puede tener múltiples valores propios superiores a 1 y por tanto más de un factor, pero aun así puede ser lo suficiente unidimensional para ser analizado con un modelo de teoría de respuesta al ítem. Así dichos autores consideran que si el número de preguntas con cargas factoriales superior a 0,35 es bastante alto -digamos superior a 80 %- esto puede ser considerado como una evidencia aceptable de unidimensionalidad. Todos estos criterios deben ser considerados para analizar la unidimensionalidad de pruebas.

En resumen, para cada método se analiza lo siguiente:

- el primer factor explica por lo menos el 40% de la varianza (Carmines y Zeller, 1979)
- el número de preguntas con cargas factoriales superior a 0,35 en el primer factor es superior al 80 % (Orlando et al, 2000).

---

Bazán, J. (2022). Una metodología para el Análisis de Unidimensionalidad de una Prueba. *Nota Técnica. Disponible en* <https://jorgeluisbazan.weebly.com/uploads/1/2/5/6/125695412/metodosanalisisunidimensionalidad1.pdf>

Decidiremos que la prueba es unidimensional si al menos 2 criterios son satisfechos entre los diferentes métodos.

## Aplicación

Para ilustrar la propuesta de evaluación de la unidimensionalidad consideramos un ejemplo basado en datos de una prueba dicotómico con 5 preguntas respondido por 500 individuos. Para estos datos fueron aplicados los métodos discutidos anteriormente y los resultados son mostrados en el siguiente cuadro.

Cuadro. Análisis de la Unidimensionalidad de la prueba usando diferentes métodos considerando solución de 3 factores usando el criterio de Keiser

Métodos	root mean square of the residuals (RMSR)	% de varianza explicada por el 1er factor	Supera el 40 %	% varianza acumulada por la solución	% de preguntas con cargas factoriales superiores a 0.35 en el primer factor	Supera el 80%
Método 1	3	55	Si	100	3/5=60 %	No
Método 2	3	40	No	100	3/5=60 %	No
Método 3	3	27	Si	100	3/5=60 %	Si

Para identificar el número de factores de la solución fue calculado el valor de RMSR mostrado en la primera columna el cual indicó que el método 1 tiene una solución de 3 factores, el método 2 de 5 factores y el método 3 de 1 factor.

Independiente de estas soluciones en la siguiente etapa se aplican los criterios definidos en la metodología.

De esta manera encontramos que 3 criterios de los 6 analizados usando tres métodos apuntan que hay un único factor subyacente para esta prueba. Por lo tanto, concluimos que esta prueba es unidimensional.

Un ejemplo similar puede ser aplicado para el caso de escalas con respuestas politómicas considerando la matriz de correlaciones policóricas.

---

Bazán, J. (2022). Una metodología para el Análisis de Unidimensionalidad de una Prueba. *Nota Técnica. Disponible en* <https://jorgeluisbazan.weebly.com/uploads/1/2/5/6/125695412/metodosanalisisunidimensionalidadv1.pdf>

Note que esta metodología depende del número de factores identificado usando el criterio de Kaiser que puede ser un número mayor que otros criterios pueden considerar. Entonces, se puede sugerir el uso de otros criterios para analizar el caso de un número de factores menores.

## Referencias

Abedi, J. (1997). Dimensionality of NAEP Subscale Scores in Mathematics. CSE Technical Report 428. Retrieved from [cresst.org/wp-content/uploads/TECH428.pdf](https://cresst.org/wp-content/uploads/TECH428.pdf) (accesado, Noviembre 15, 2022).

Bazán, J. L (2011). Análisis psicométrico de EGRA y su validez concurrente con otras evaluaciones de desempeño en lectura: caso Honduras y Nicaragua. Ed Data II". Informe preparado para la Oficina de Desarrollo Económico, Agricultura y Comercio (EGAT/ED) y para la Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional (USAID). Retrieved from [pnaea399.pdf \(usaid.gov\)](https://pnaea399.pdf.usaid.gov)> (accesado, Noviembre 15, 2022).

Burga, A. (2006). La unidimensionalidad de un instrumento de medición: perspectiva factorial. Revista de Psicología PUCP, vol 1, 53-80. Retrieved from [Vista de La unidimensionalidad de un instrumento de medición: perspectiva factorial \(pucp.edu.pe\)](https://www.pucp.edu.pe/vista-de-la-unidimensionalidad-de-un-instrumento-de-medicion-perspectiva-factorial) (accesado, Noviembre 15, 2022).

Carmines, E. G., y Zeller, R. A. (1979). Reliability and Validity Assessment (Vol. 17). Thousand Oaks, CA: Sage.

Clark (2020, April 10). Michael Clark: Factor Analysis with the psych package. Retrieved from <https://m-clark.github.io/posts/2020-04-10-psych-explained/> (accesado, Noviembre 15, 2022).

Knol, D. L. y Berger, M. P. F. (1991). Empirical comparison between factor analysis and multidimensional item response models. *Multivariate Behavioral Research*, 26, 457–477.

Kaiser, H. F. (April 1960). "The Application of Electronic Computers to Factor Analysis". *Educational and Psychological Measurement*. 20 (1): 141–151.

Kolen, M. J. , Brennan R. L. (2004). Test Equating, Scaling, and Linking. Springer

---

Bazán, J. (2022). Una metodología para el Análisis de Unidimensionalidad de una Prueba. *Nota Técnica. Disponible en* <https://jorgeluisbazan.weebly.com/uploads/1/2/5/6/125695412/metodosanalisisunidimensionalidad1.pdf>

Orlando, M., Sherbourne, C.D., Thissen, D. (2000) Summed-score linking using item response theory: Application to depression measurement, *Psychological Assessment*, 12(3), 354-359.

Smith AB, Fallowfield LJ, Stark DP, Velikova G, Jenkins V (2010): A Rasch and confirmatory factor analysis of the General Health Questionnaire (GHQ)-12. *Health and Quality of Life Outcomes* 2010, 8: 45.

Smith E. V. Jr. (2002) Understanding Rasch measurement: Detecting and evaluating the impact of multidimensionality using item fit statistics and principal component analysis of residuals. *J Applied Measurement* 2002, 3(2), 205-231.

Revelle, W. (2022a) How To: Use the psych package for Factor Analysis and data reduction. Retrieved from <https://cran.r-project.org/web/packages/psychTools/vignettes/factor.pdf> (accesado, Noviembre 15, 2022).

Revelle, W. (2022b) Chapter 6 Constructs, Components, and Factor models. In An introduction to psychometric theory with applications in R. Springer. Working draft available at <https://personality-project.org/r/book/> (accesado, Noviembre 15, 2022).

Revelle, W. (2022c) *Psych. Procedures for personality and psychological research*. R package version 2.2.9.

Zwick, William R.; Velicer, Wayne F. (1986). "Comparison of five rules for determining the number of components to retain". *Psychological Bulletin*. 99 (3): 432–442.