

TUTORIAL DEL MODELO DE RASCH USANDO WINBUGS

Introducción

Para usar la Inferencia Bayesiana usando WinBugs asegúrese de contar con el programa. El programa puede ser obtenido de

<http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/winbugs/contents.shtml>

Para un uso efectivo del programa con todas sus funciones es necesario registrarse y obtener un archivo que es enviado anualmente. Otra posibilidad, sin registro previo es usar el OpenBugs que esta disponible en <http://mathstat.helsinki.fi/openbugs/>

Para comprender la metodología bayesiana para el modelo de Rasch que es un caso particular de la teoría de respuesta al Ítem puede revisar Bazán, J., Bolfarine, H., Leandro, A. R. (2007). Una versión anterior de dicho trabajo aparece disponible en http://www.ime.usp.br/~isbra/files/boletim/boletim_2004_v01_n02.pdf

En este tutorial se usa un conjunto de datos denominados Math data. Si ud desea usar el WinBugs para sus propios datos, no necesita modificar la sintaxis del modelo. Solamente debe introducir sus propios datos especificando su número de sujetos (n) y el número de ítems de su prueba (k).

Para mejorar la interpretación de los resultados obtenidos en el modelo revise a Bond, T.G and Fox, C.M (2005).

Math Data

Este tutorial emplea los datos de 14 ítems liberados, de la prueba de Matemática desarrollada por la UMC (Unidad de Medición de la Calidad Educativa) del Perú para la Evaluación Nacional del sexto grado de 1998 los cuales fueron aplicados a una muestra de 131 estudiantes de sexto grado de nivel socioeconómico alto. Estos datos han sido empleados en Bazán, J., Branco, M.D., Bolfarine, H. (2006) y Bazán, J., Bolfarine, H., Leandro, A. R. (2007).

La prueba de la UMC cuenta con 32 ítems de selección múltiple con cuatro alternativas. Los 14 ítems liberados aparecen en la publicación

<http://www.minedu.gob.pe/umc/publicaciones/boletines/Boletin-13.pdf>.

En la tabla aparece la correspondiente identificación del número de ítem con el número en la prueba de la UMC

Numero de ítem de Math data	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Numero de ítem en la prueba UMC	1	8	9	11	12	13	21	25	32	5	17	30	2	10

Pasos de la Inferencia Bayesiana usando WinBUGs

Fase 1: Definir el modelo

1. Chequear el modelo
2. Llamar los dato
3. Compilar
4. Llamar los valores iniciales
5. Simular valores iniciales de las variables faltantes

Fase 2: Parámetros para la simulación

6. Definir parámetros a monitorear
7. Hacer la simulación MCMC

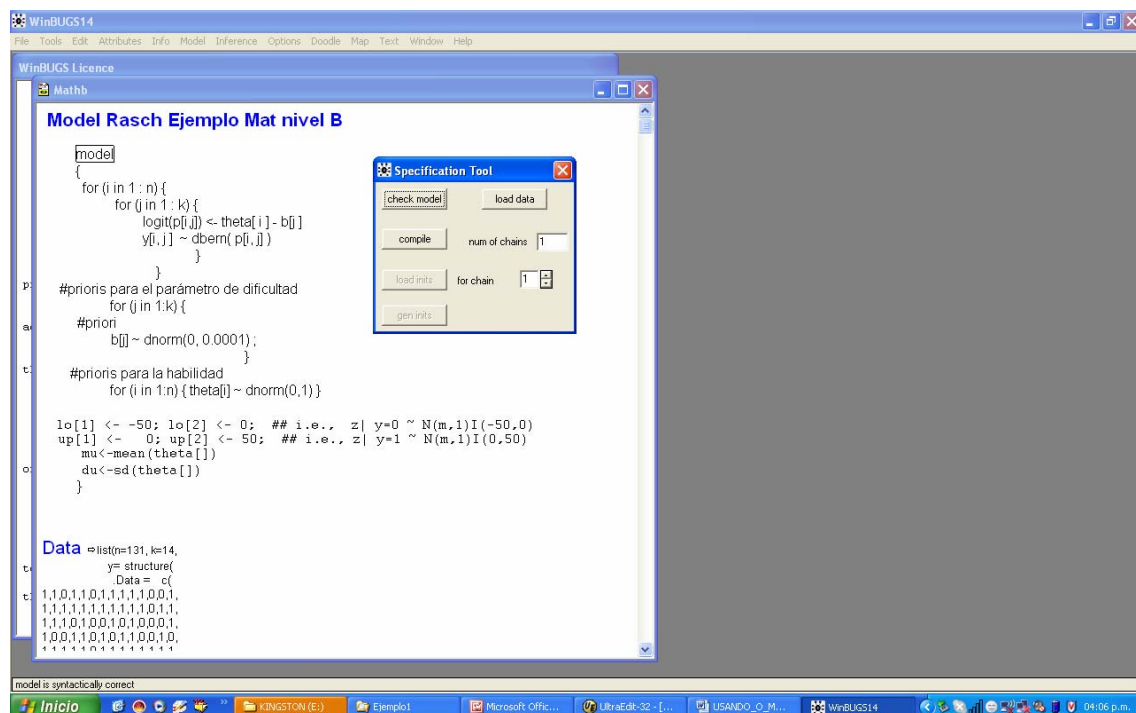
Fase 3: Evaluación de las cadenas generadas

8. Evaluar las cadenas generadas
9. Obtener medidas de resumen

FASE 1: DEFINIR EL MODELO

Paso 1. Chequear el modelo

Seleccionar **model** (señalar con el Mouse) como aparece en la figura abajo. En el menu seleccionar *Model*, luego *Specification*. Hacer click em *Check Model*



Se todo estuviera correcto, el mensaje abajo, en la parte izquierda es “*model is syntactically correct*”

Paso 2: Llamar los datos

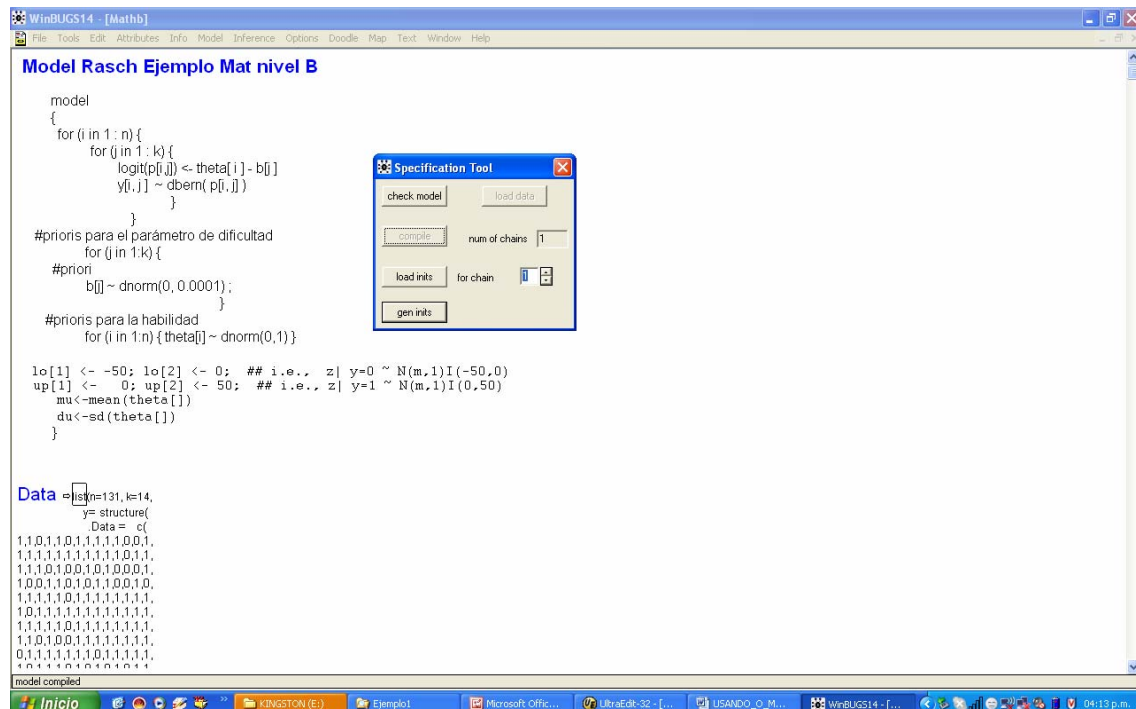
Seleccionar **list** (señalar con el Mouse) como aparece en la figura abajo. Hacer click en *Load Data*.



Se todo estuviera correcto, el mensaje abajo, en la parte izquierda es “*data loaded*”

Paso 3. Compilar

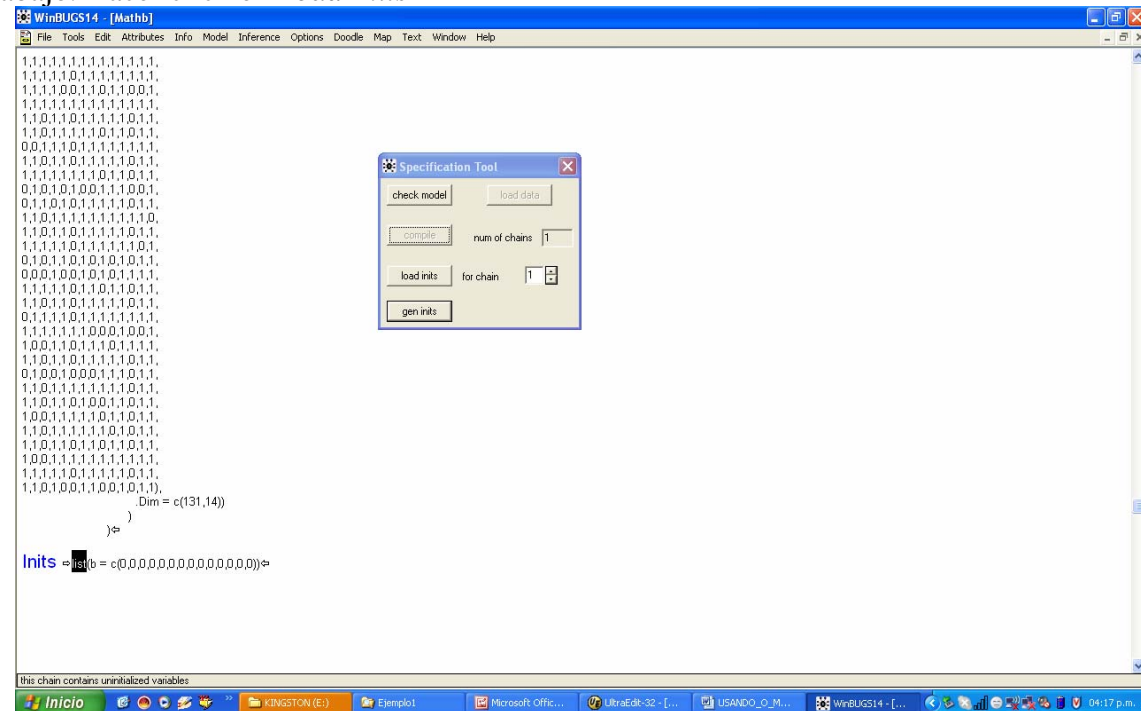
Hacer click em **Compile** de *Specification Tool*



Se todo estuviera correcto, el mensaje abajo, en la parte izquierda es “*model compiled*”

Paso 4: Llamar los valores iniciales

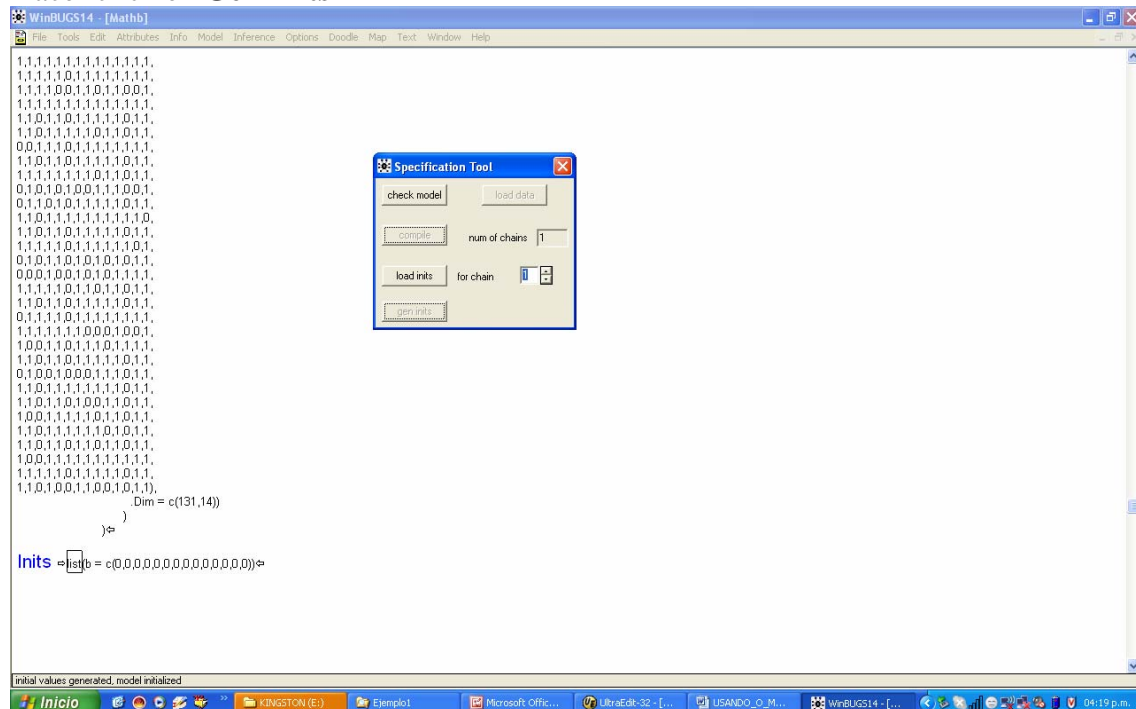
Seleccionar **list** de los valores iniciales (señalar con el Mouse) como aparece en la figura abajo. Hacer click en *Load Inits*



Se todo estuviera correcto, el mensaje abajo, en la parte izquierda es “*this chain contains uninitialized variables*”

Paso 5 Simular valores iniciales de las variables faltantes

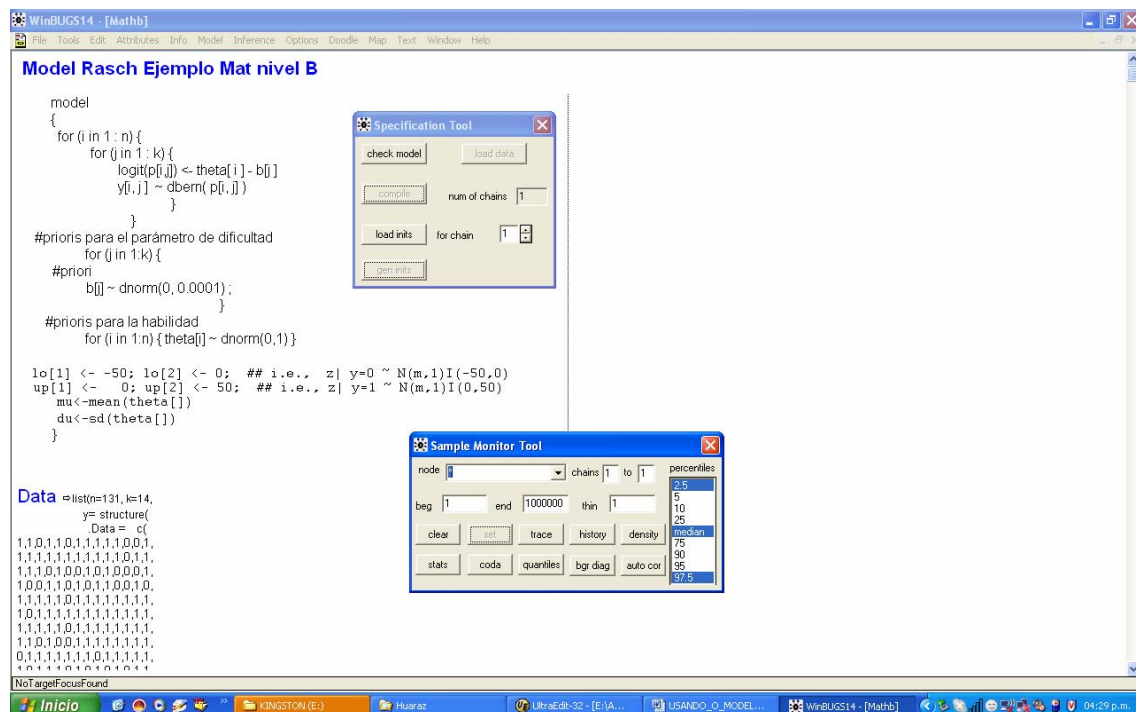
Hacer click en **Gen Inits**



Se todo estuviera correcto, el mensaje abajo, en la parte izquierda es “*initial values generated, model initialized*”

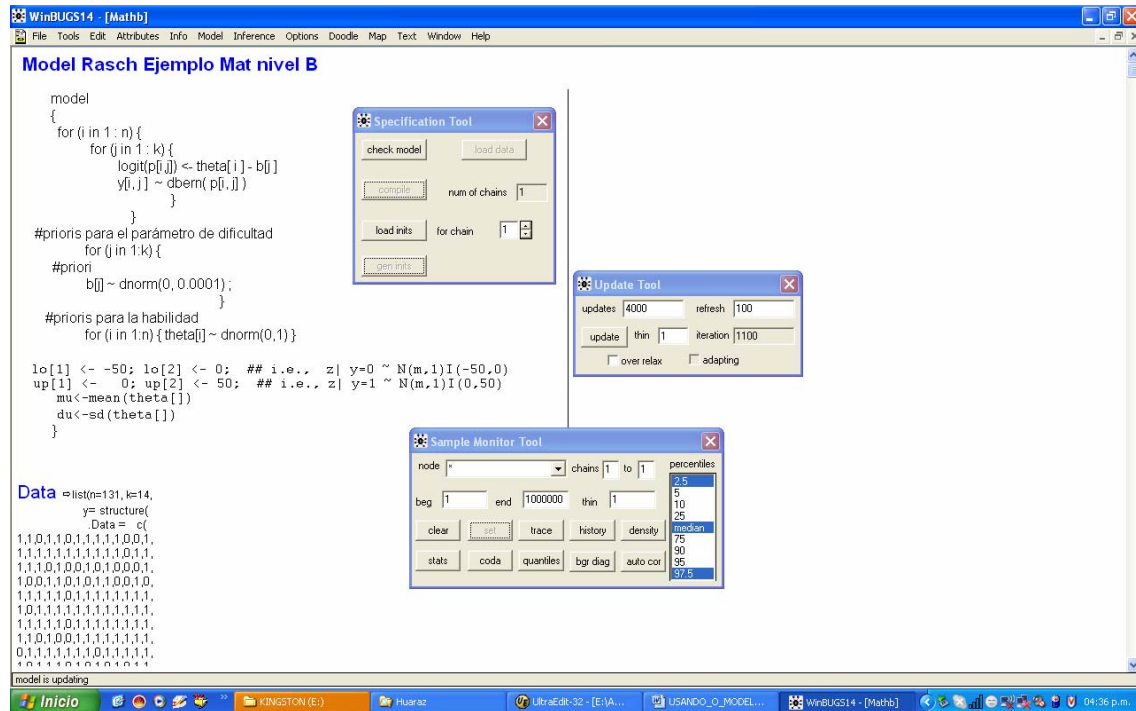
Paso 6 Definir parámetros para monitorear

Seleccionar en el Menu, *Inference*, luego *Samples*. En la ventana, *node*, escribir los parámetros a monitorear. En el modelo Rasch son b y θ . Cada vez que coloca un nodo haga click en *Set*. Al final escriba en la ventana: *

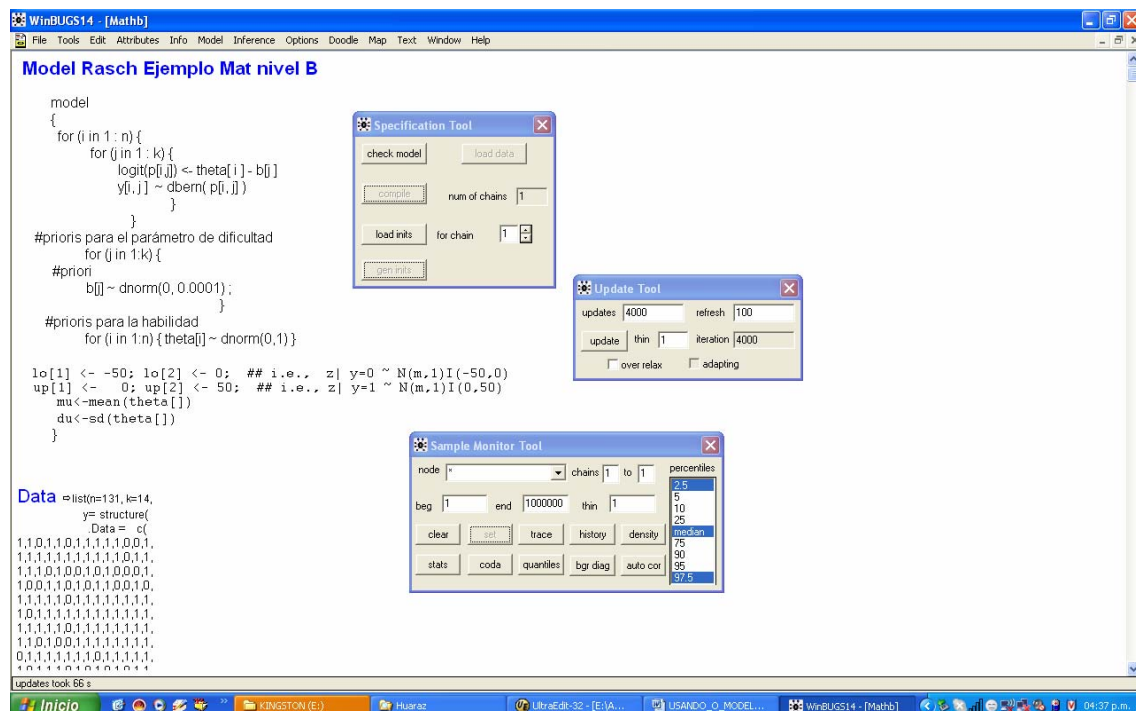


Paso 7 Hacer la simulación MCMC

En el menú seleccionar *Model*, luego *Update*. En la ventana, updates, escriba el numero de simulaciones que desea hacer. El default es 1000. Para el modelo de rasch la sugerencia es 4000 las cuales serán descartadas para la inferencia (proceso Bur-In).



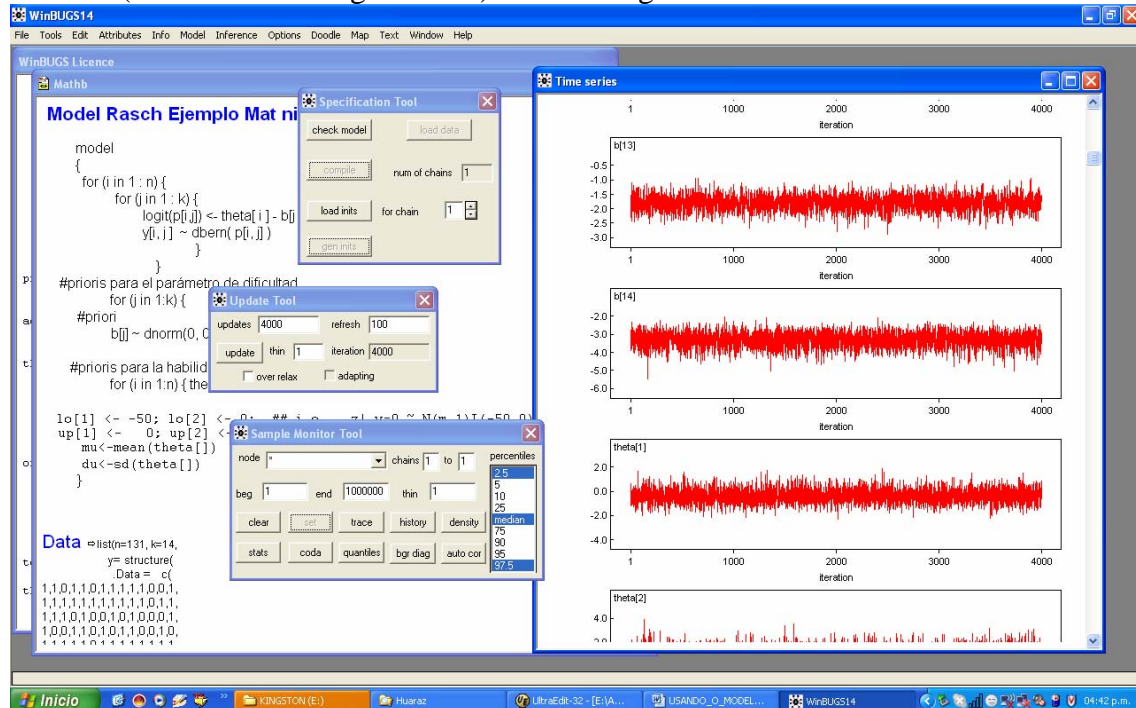
Luego hacer click en *update*. Se todo estuviera correcto, el mensaje abajo, en la parte izquierda es “*model is updating*”. Al final aparece el tiempo que su computador usó para la simulación. Este tiempo depende del procesador que use. En mi caso duró 66 segundos.



FASE 3: EVALUACIÓN DE LAS CADENAS GENERADAS

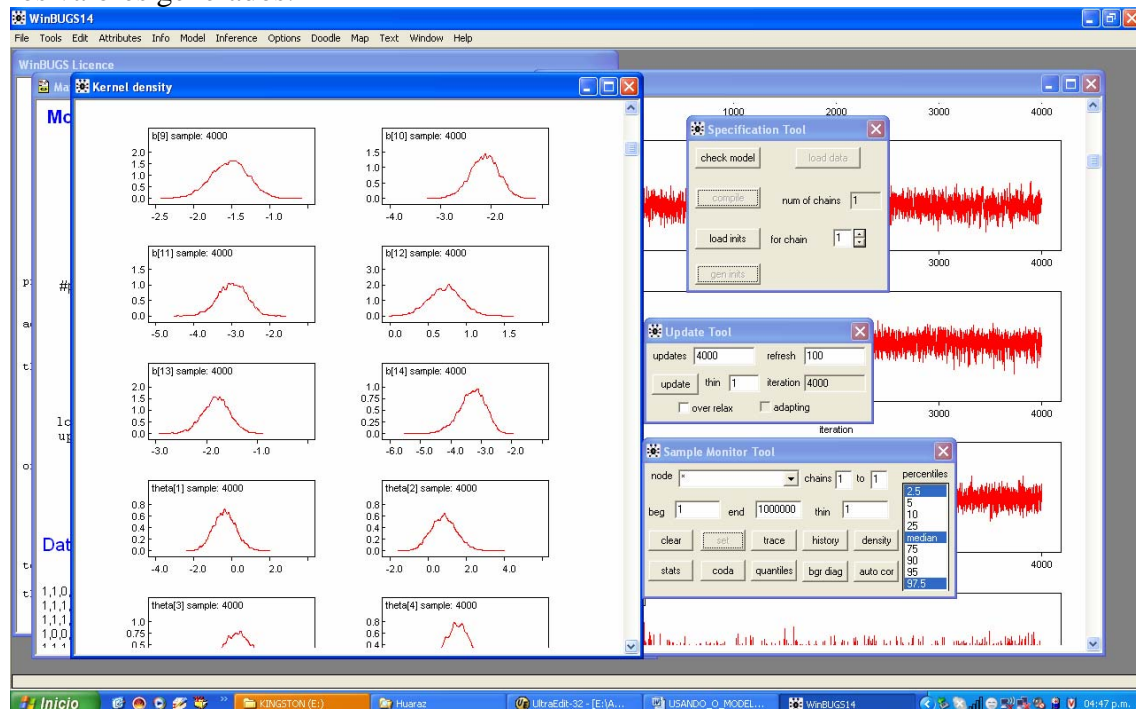
Paso 8 Evaluar la cadenas generadas

1. En la ventana *Sample Monitor Tool*, hacer clic en *history*. En este caso ud obtiene una grafica para cada parámetro del modelo que corresponde a los diferentes valores que toma el parámetro en cada iteración. En este caso, son 4000 valores. Lo que debe analizarse es si las cadenas (series de valores generados) son convergentes.



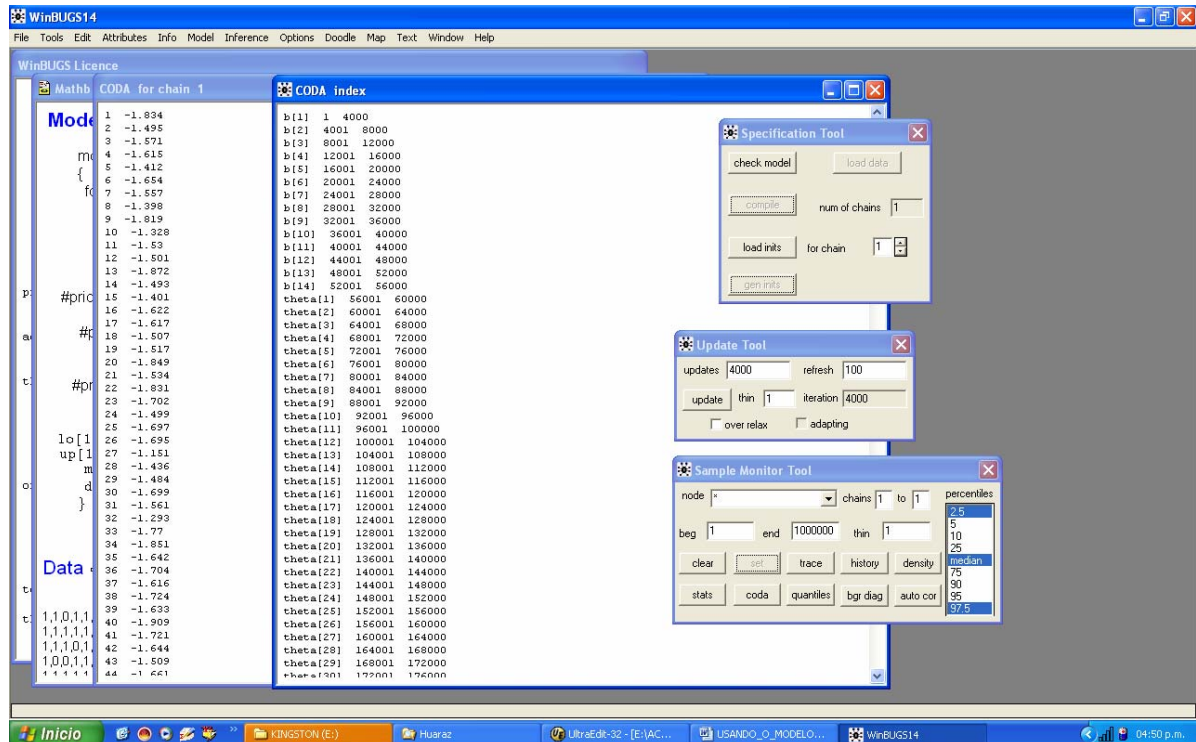
En el caso de los datos de Matemática, por inspección todas las cadenas son convergentes o estacionarias.

2. En la ventana *Sample Monitor Tool*, hacer clic en *density*. En este caso ud obtiene una grafica para cada parámetro del modelo que corresponde a los diferentes valores que toma el parámetro en cada iteración. La grafica corresponde a la distribución empírica obtenida de los valores generados.



En el caso de los datos de Matemática, por inspección todas las cadenas son unimodales y simétricas.

2. En la ventana *Sample Monitor Tool*, hacer clic en *coda*. En este caso ud obtiene dos nuevos archivos: Coda index y Coda for chain 1. Los cuales deben ser grabados como nombre **.ind** y nombre **.out**. Estos archivos permiten realizar un análisis mediante algunas medidas de evaluación de las cadenas disponibles en las librerías CODA y BOA disponibles en el programa R.



Las librerías se obtienen en

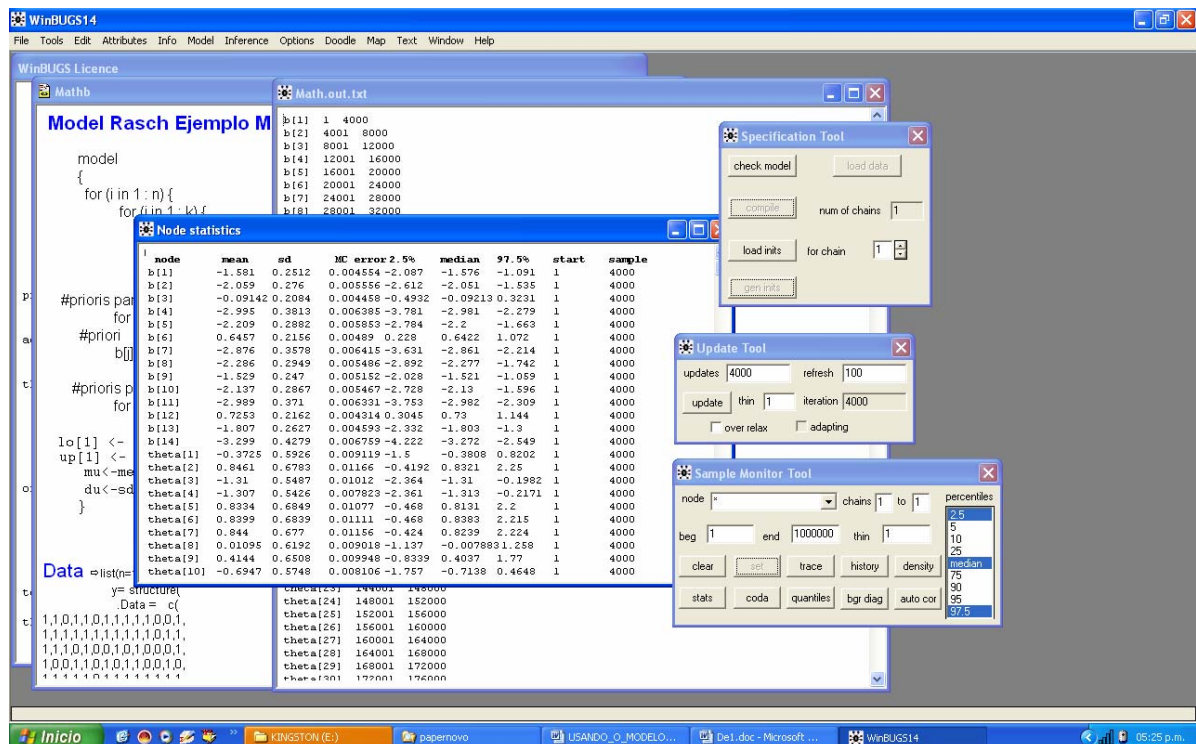
BOA <http://www.public-health.uiowa.edu/boa/Home.html>

CODA: <http://cran.r-project.org/src/contrib/Descriptions/coda.html>

El programa R esta disponible en <http://www.r-project.org/>

Paso 9 Obtener estadísticas de resumen

En la ventana *Sample Monitor Tool*, hacer click em *Stat*

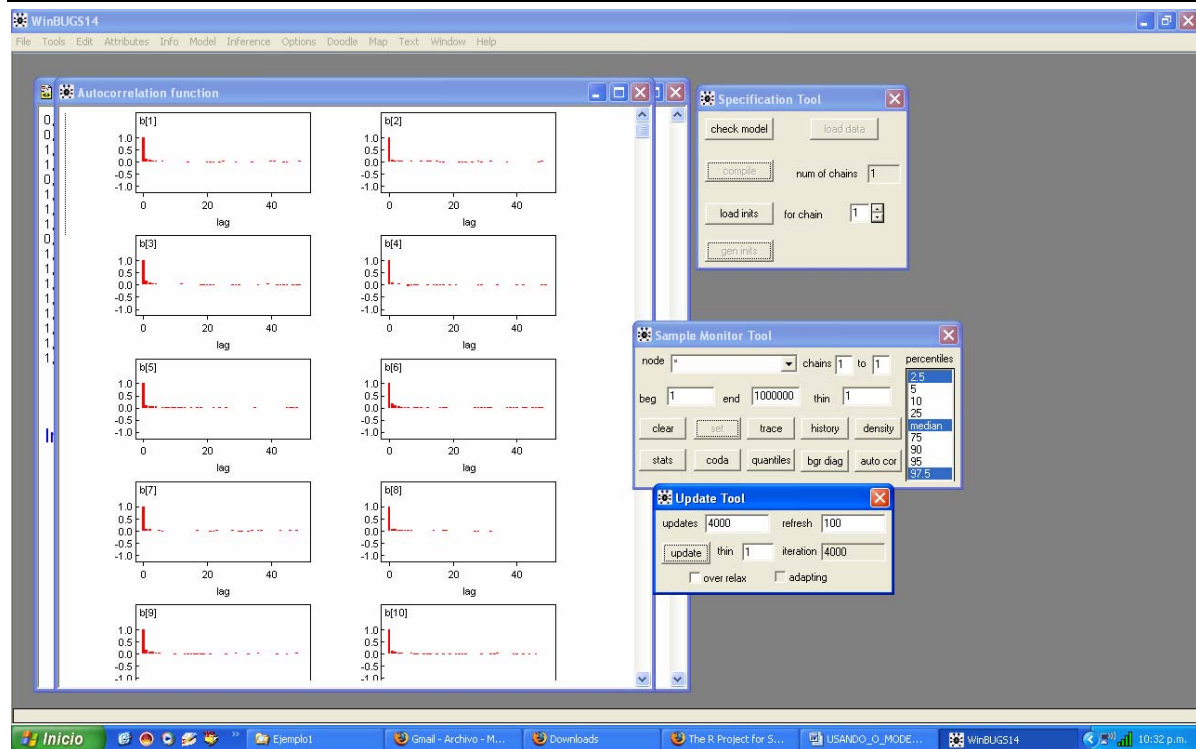


Note que se obtiene medias de resumen de la distribución posterior de los parámetros del modelo. La media de a posteriori es comparable con las estimativas de obtenidas usando inferencia clásica. Pero a diferencia de dicha inferencia donde es necesario ciertas suposiciones para uso de teoría asintótica para obtener errores estándar asociados a dichas estimativas, en la inferencia bayesiana se puede obtener cualquier medida a posteriori como mediana y percentiles.

En este caso se obtiene un resumen de 4000 valores generados usando MCMC.

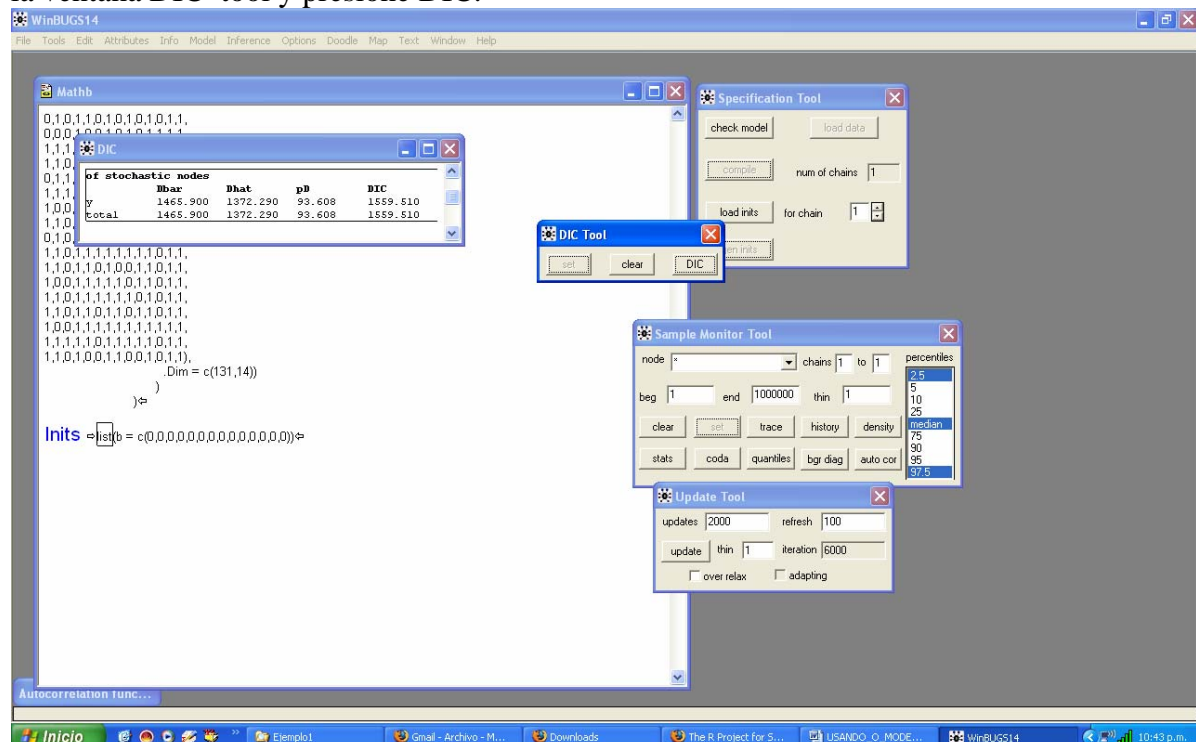
Paso 10 Obtener medidas definitivas y medida de comparación de modelos

En la inferencia Bayesiana es importante generar una cadena lo suficientemente grande para obtener la convergencia de la misma. Para ello es importante estudiar la auto correlación de la serie, lo cual ayuda a determinar numero de saltos o thin que debe hacerse para obtener las estadísticas definitivas de los parámetros del modelo. Si hay una auto correlación alta es necesario un thin (salto) mayor para seleccionar los valores. También hay que considerar el Bur-in o valores iniciales a ser descartados. Esos aspectos son discutidos en los artículos de las referencias. Nosotros vamos a considerar las primeras 4000 iteraciones como Bur-in y como la autocorrelacion en el modelo es baja como se muestra en el siguiente grafico, el thin será de 1 como aparece por default.



Para tener una medida de comparación de modelos frente a modelos alternativos es importante usar la medida DIC (Deviance Information Criteria).

En el menú seleccionar *Inference*, luego *DIC*. En la ventana DIC tool seleccione set. Luego finalmente repita el paso 7 considerando 2000 iteraciones adicionales. Finalmente vuelva a la ventana DIC tool y presione DIC.

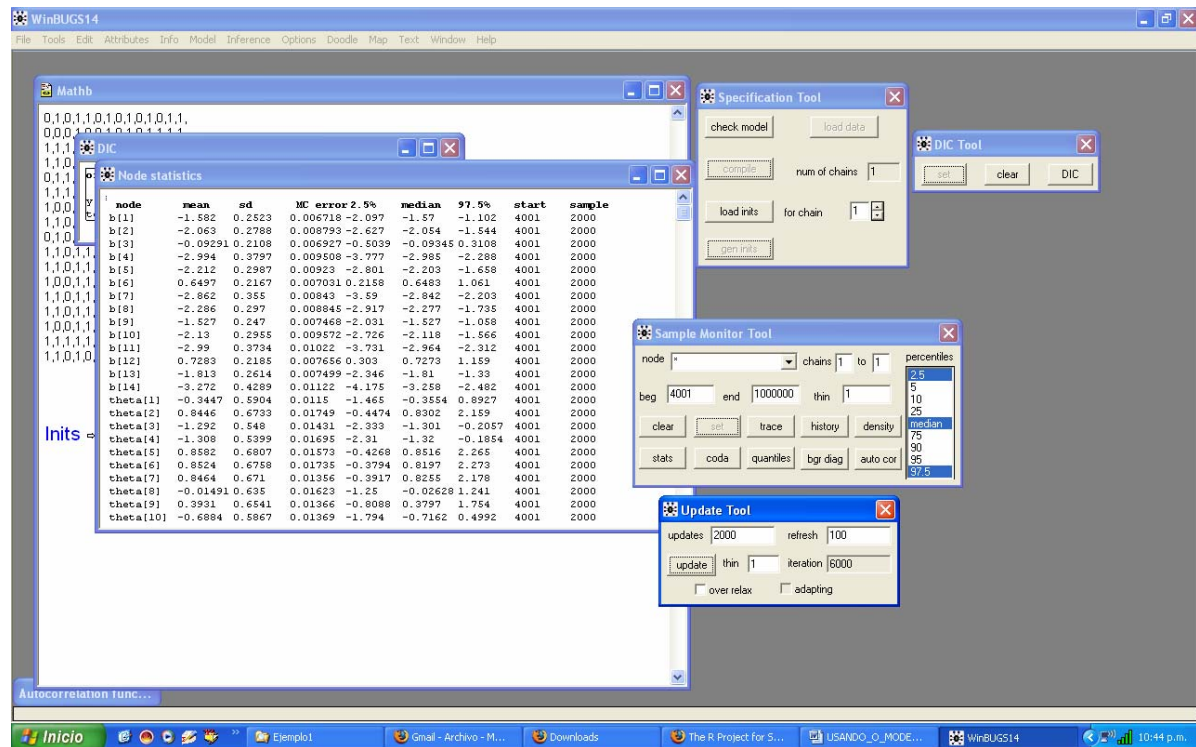


El resultado es

Dbar = post.mean of -2logL; Dhat = -2LogL at post.mean of stochastic nodes

	Dbar	Dhat	pD	DIC
y	1465.900	1372.290	93.608	1559.510
total	1465.900	1372.290	93.608	1559.510

Finalmente repetimos el paso 9 para las nuevas 2000 iteraciones. Asegúrese de colocar en el espacio beg 4001 para que las estadísticas sean de las ultimas 2000 iteraciones.

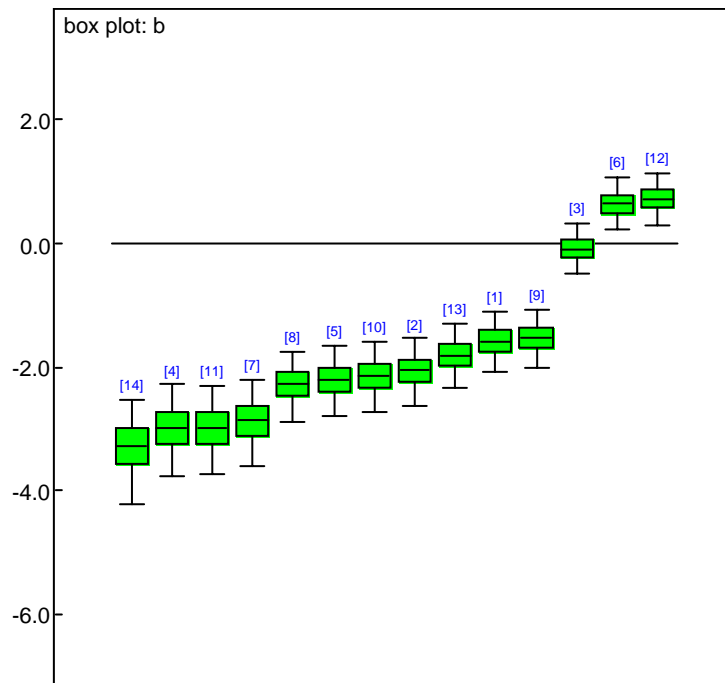


Los primeros resultados aparecen a continuación

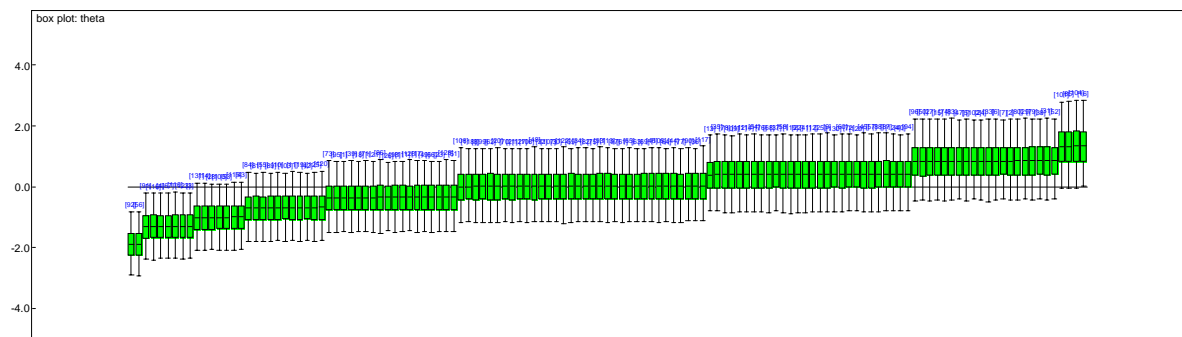
node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
b[1]	-1.582	0.2523	0.006718	-2.097	-1.57	-1.102	4001	2000
b[2]	-2.063	0.2788	0.008793	-2.627	-2.054	-1.544	4001	2000
b[3]	-0.0929	0.2108	0.006927	-0.5039	-0.09345	0.3108	4001	2000
b[4]	-2.994	0.3797	0.009508	-3.777	-2.985	-2.288	4001	2000
b[5]	-2.212	0.2987	0.00923	-2.801	-2.203	-1.658	4001	2000
b[6]	0.6497	0.2167	0.007031	0.2158	0.6483	1.061	4001	2000
b[7]	-2.862	0.355	0.00843	-3.59	-2.842	-2.203	4001	2000
b[8]	-2.286	0.297	0.008845	-2.917	-2.277	-1.735	4001	2000
b[9]	-1.527	0.247	0.007468	-2.031	-1.527	-1.058	4001	2000
b[10]	-2.13	0.2955	0.009572	-2.726	-2.118	-1.566	4001	2000
b[11]	-2.99	0.3734	0.01022	-3.731	-2.964	-2.312	4001	2000
b[12]	0.7283	0.2185	0.007656	0.303	0.7273	1.159	4001	2000
b[13]	-1.813	0.2614	0.007499	-2.346	-1.81	-1.33	4001	2000
b[14]	-3.272	0.4289	0.01122	-4.175	-3.258	-2.482	4001	2000
theta[1]	-0.3447	0.5904	0.0115	-1.465	-0.3554	0.8927	4001	2000
theta[2]	0.8446	0.6733	0.01749	-0.4474	0.8302	2.159	4001	2000
theta[3]	-1.292	0.548	0.01431	-2.333	-1.301	-0.2057	4001	2000
theta[4]	-1.308	0.5399	0.01695	-2.31	-1.32	-0.1854	4001	2000
theta[5]	0.8582	0.6807	0.01573	-0.4268	0.8516	2.265	4001	2000

Graficos de interpretacion de resultados

En la siguiente grafica aparece un boxplot de las distribuciones de dificultad de los ítems ordenados de los mas fáciles a mas difíciles. El ítem 14 es el más fácil, el ítem 12 es el más difícil. Como puede observarse, considerando un nivel de habilidad de 0, apenas 3 ítems son difíciles para esta población de estudiantes de nivel socioeconómico alto.



En la siguiente grafica aparecen ordenados los estudiantes de acuerdo a su nivel de habilidad. Note que son pocos los estudiantes con habilidades menores a 0.



REFERENCIAS

Bazán, J., Branco, M.D., Bolfarine, H. (2006). A skew item response model. *Bayesian Analysis*. 1, 861- 892.

Bazán, J., Bolfarine, H., Leandro, A. R. (2007). Sensitivity analysis of prior specification for the probit-normal IRT model: an empirical study. *Estadística*, Journal of The Inter-American Statistical Institute (por aparecer).

Bond, T.G and Fox, C.M (2005).Applying the Rasch Model: Fundamental Measurement in the Human Sciences.Lawrence Erlbaum Associates